

FUNCIONES VECTORIALES DE UNA VARIABLE REAL

1. Encuentre $r'(t)$ y $r'(0)$ en cada uno de los siguientes casos:

- a) $r(t) = [\text{sen}(2\pi t), \text{cos}(2\pi t), 2t - t^2]$
- b) $r(t) = [e^t, \text{cost}, \text{sent}]$
- c) $r(t) = [t^3, t^2 - 4t, 0]$
- d) $r(t) = [\text{sen}(2t), \ln(1+t), t]$

2. Un punto situado en la rosca de un tornillo que se enrosca en una viga describe una hélice circular, siendo t el ángulo de giro del tornillo, a el radio del tornillo y b la elevación correspondiente al giro de una vuelta. Determine la velocidad y el vector aceleración del movimiento del punto.

3. El movimiento de una partícula está definido por $r(t) = a t (\text{cost } i - \text{sent } j)$. Hállese su velocidad, las componentes tangencial y normal de la aceleración en $t = \pi/2$

4. La posición de una partícula móvil en el tiempo t viene dada por $r(t) = (t^2 - 6t) i + 5t j$
 Calcule el instante en el que la rapidez de la partícula es mínima.

5. Determinar los vectores velocidad y aceleración y la ecuación de la recta tangente para cada una de las siguientes curvas en el valor de t especificado:

- a) $r(t) = [6t, 3t^2, t^3], t = 0$
- b) $r(t) = [\text{sen}(3t), \text{cos}(3t), 2t^{3/2}], t = 1$

6. Sea una partícula de un gramo de masa que sigue una trayectoria $r(t) = [\text{cost}, \text{sent}, t]$ con unidades en segundos y en centímetros. ¿Qué fuerza actúa sobre ella en $t = 0$?

7. Sea $r(t)$ una trayectoria en R^3 con aceleración cero. Probar que $r(t)$ es una recta o un punto.

8. Suponer que una partícula sigue una trayectoria $r(t) = [e^t, e^{-t}, \text{cost}]$ hasta que sale por una trayectoria tangente en $t = 1$. ¿Dónde está en $t = 2$?

9. Una partícula se mueve sobre la curva C que se obtiene de la intersección de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y el plano $z = y$. Obtener la trayectoria que describiría la partícula si se separase de la curva C en el punto $[\sqrt{2}/2, 1/2, 1/2]$.

10. Calcular la curvatura y la componente normal de la aceleración de la curva

- a) $r(t) = [\cos t, e^{2t}, (t+1)^3]$ para $t = 0$.

11. Encontrar las ecuaciones de la recta tangente y del plano normal a la curva

$r(t) = [6 \text{sent}, 4 \text{cos}(3t), 2 \text{sen}(5t)]$ en el punto $t = \pi/4$.

12. Para las siguientes curvas calcular T, N, B, k y τ : para $t=0$

- a) $r(t) = (t, t^2, t^3)$
- b) $r(t) = (e^t \text{cost}, e^t \text{sent}, 3)$
- c) $r(t) = 2\text{cos}(3t)\mathbf{i} + 2\text{sen}(3t)\mathbf{j} + \mathbf{k}$
- d) $r(t) = (t-1)^2\mathbf{i} + (t+1)^2\mathbf{j} - t\mathbf{k}$